

## XII. METODOLOGIA E TÉCNICAS EXPERIMENTAIS

### ESTIMATIVA DO TAMANHO ÓTIMO DE PARCELAS EXPERIMENTAIS ATRAVÉS DE CÁLCULOS ALGÉBRICOS <sup>(1)</sup>

INÁCIO DE BARROS <sup>(2)</sup> e MARCELO TAVARES <sup>(3)</sup>

#### RESUMO

Este trabalho visa estabelecer um método que propicie a determinação do tamanho ótimo da parcela experimental, determinando o ponto de máxima curvatura por meio de cálculos algébricos. Há uma relação entre a variância da parcela e seu tamanho, como também entre o coeficiente de variação da parcela e seu tamanho. Mediante a apresentação e discussão de um exemplo, conclui-se que o método oferece uma solução algébrica para o ponto de máxima curvatura e não leva a interpretações diferentes quando se altera a escala do gráfico. Entretanto, pode apresentar um tamanho de parcela que corresponda a um coeficiente de variação ainda alto, revelando-se, então, desaconselhável.

**Termos de indexação:** curvatura máxima, cálculo algébrico, escala do gráfico.

#### ABSTRACT

#### ESTIMATION OF OPTIMUM SIZE OF EXPERIMENTAL UNITS USING ALGEBRAIC CALCULUS

The objective of this paper was to determine a method to allow the determination of good experimental unit size, using the point of maximum curvature estimated, by algebraic calculus. There is an empiric relation between the coefficient of variation of experimental unit and its size. One example is presented and discussed to make possible the following conclusions: the method offers an algebraic solution for the point of maximum curvature; the method does not permit different interpretations when the scale of the graph is disposed differently; the method may present a size of experimental unit for high coefficient of variation, and in this case it is not recommended.

**Index terms:** maximum curvature, algebraic calculus, scale of graphic.

---

<sup>(1)</sup> Recebido para publicação em 5 de setembro de 1994 e aceito em 7 de fevereiro de 1995.

<sup>(2)</sup> Seção de Café, Instituto Agrônômico (IAC), Caixa Postal 28, 13001-970 Campinas (SP).

<sup>(3)</sup> Seção de Hortaliças, IAC.

## 1. INTRODUÇÃO

A parcela experimental é a unidade básica de informação sobre a qual a experimentação se fundamenta. No caso da experimentação vegetal, essa parcela pode ter diversos tamanhos, formas e, ainda, constituir-se de um número diferente de plantas ou partes de planta.

A seleção das unidades básicas de informação pode induzir a erros inerentes às fontes de variação.

Pesquisas para o estabelecimento de métodos que propiciem a determinação do tamanho e da forma das parcelas experimentais, já vêm sendo realizadas há mais de um século, haja vista que Alwood & Prince (1890) já apresentavam sugestões para tal tamanho. Os métodos de determinação do tamanho ótimo da parcela buscam estimar aquele mais conveniente para diminuir o erro experimental (Oliveira, 1976).

Dentre os métodos apresentados por diversos autores ao longo dos anos, destacam-se os mais conhecidos e utilizados: o da máxima curvatura, o de Smith (1938), o de Hatheway (1961), a modificação do método Smith por Koch & Rigney (1951) e a correção de Hatheway & Williams (1958).

O método de Smith (1938) usa dados provenientes de ensaios em branco e baseia-se na existência de relação empírica entre a variância da parcela e seu tamanho para, dessa relação, determinar o coeficiente de heterogeneidade de solo "b". Tal coeficiente, bem como uma relação de custos associados ao número e tamanho das parcelas, é, no método de Smith, o que determina o tamanho ótimo da parcela experimental.

Assim como o método de Smith (1938), o de Koch & Rigney (1951) e o de Hatheway & Williams (1958), levam em conta a relação de custos; entretanto, muitas vezes a estimativa de custos é trabalhosa e demorada. Além disso, os métodos que se utilizam dessa relação consideram a maximização da informação, por levar a tamanhos de parcela que não minimizam a contribuição da escolha do tamanho da parcela no erro experimental.

O método de Hatheway (1961) une o de Smith (1938) à fórmula para determinação do número ideal de repetições proposto por Cochran & Cox (1957). Nesse método, pode-se estimar o tamanho mais conveniente da parcela, independentemente de custos.

O método da máxima curvatura também utiliza dados provenientes de ensaios em branco para estimar o tamanho ótimo da parcela, determinando-se o ponto de desaceleração da curva dos coeficientes de variação associados ao tamanho de parcela. Smith (1938) fez severas críticas a esse método, afirmando que os resultados variam quando se altera a escala usada nos diagramas.

Este trabalho objetiva estabelecer um método que propicie a determinação do tamanho da parcela experimental, com base no ponto de máxima curvatura determinado por cálculos algébricos.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

Smith (1938) concluiu que existe uma relação empírica entre a variância da parcela e seu tamanho, expressa pela seguinte fórmula:

$$V_x = V_1/X^b, \quad (1)$$

onde:

$V_1$  representa a variância de uma parcela tamanho unitário;

$V_x$ , a variância por unidade de uma parcela de  $X$  unidades;

$X$ , o número de unidades consideradas para a formação de parcela,

$b$ , o coeficiente de heterogeneidade.

Assim como existe essa relação entre a variância de parcela e seu tamanho, há também uma relação empírica entre o coeficiente de variação da parcela e seu tamanho, que pode ser expressa pela fórmula:

$$CV_x = CV_1/X^b \quad (2)$$

onde:

$CV_1$  representa o coeficiente de variação de uma parcela de tamanho unitário;

$CV_x$ , o coeficiente de variação de uma parcela de  $X$  unidades;

$X$ , o número de unidades na parcela, e

$b$ , o coeficiente de heterogeneidade na parcela.

A partir de  $CV_x$ , coeficiente de variação corresponde às unidades de tamanho  $X$ , estima-se a curva pela fórmula 2 e determina-se o ponto de curvatura máxima, ou seja, aquele que divide a curva em duas partes distintas como mostra a figura 1. Na primeira parte, pequenos acréscimos de parcelas em tamanho  $X$  provocam grandes diminuições nos coeficientes de variação; já na segunda, maiores acréscimos no tamanho da parcela promovem pequenos decréscimos no coeficiente de variação, associado a esse tamanho de parcela.

Para determinação do ponto de inflexão, o método da máxima curvatura utiliza a inspeção visual, e o tamanho ótimo da parcela adotado é o valor correspondente à abscissa desse ponto (Federer, 1955).

Contudo, esse valor de tamanho ótimo da parcela, com base no ponto de máxima curvatura, pode ser determinado algebricamente da seguinte forma:

1) Estima-se a equação 2, que relaciona o coeficiente de variação da parcela e seu tamanho, com os graus de liberdade associados, considerando que, para cada tamanho de parcela, o coeficiente de variação é calculado com um número variável de parcelas, variando também os graus de liberdade e participação na formação da equação.

A equação  $CV_x = CV_1/X^b$  (2) pode ser expressa em forma logarítmica, a saber:

$$\log (CV_x) = \log (CV_1) - b \cdot \log (X) \quad (3)$$

ou:

$$y = a + b' \cdot x \quad (4)$$

onde:

$$y = \log (CV_x);$$

$$a = \log (CV_1);$$

$$b' = -b;$$

$$x = \log (X).$$

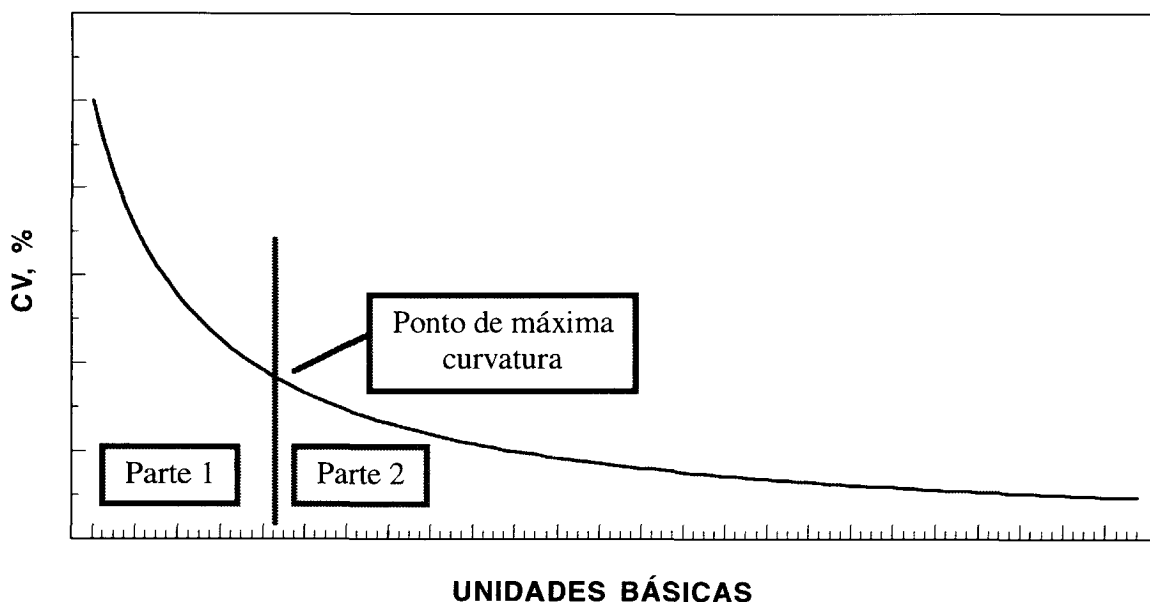


Figura 1. Curva característica do método de máxima curvatura

Os termos a e b' da equação 4 são estimados pelas fórmulas:

$$\hat{b}' = -b = - \frac{\sum w_i x_i y_i - \frac{(\sum w_i x_i)(\sum w_i y_i)}{w_i}}{\sum w_i x_i^2 - \frac{[\sum w_i x_i]^2}{\sum w_i}} \quad (5)$$

onde:

$$\hat{b}' = -b;$$

$w_i$  = grau de liberdade associado ao tamanho de parcela;

$$x_i = \log X;$$

$$y_i = \log CV_x.$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}' \bar{x} \quad (6)$$

onde:

$$\hat{a} = \log (CV_1);$$

$\bar{y}$  = média das observações y;

$\bar{x}$  = média da variável independente x.

$$\bar{y} = \frac{\sum w_i y_i}{\sum w_i} \quad (7)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

então:

$$CV_1 = 10^{\hat{a}};$$

$$X = 10^{\hat{x}};$$

$$\hat{b} = b'$$

logo:

$$CV_x = \frac{10^{\hat{a}}}{(10^{\hat{x}})^{\hat{b}}} \quad (8)$$

2) Após a determinação da equação 2 para os pontos, determina-se uma equação linear:

$$\hat{y} = \hat{c} + \hat{d}X \quad (9)$$

Essa equação liga os pontos extremos da curva da equação 2 - Figura 2 - e os seus coeficientes podem ser estimados pela forma genérica:

$$\hat{d} = \frac{\sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{N}}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}} \quad (10)$$

$$\hat{c} = \bar{y} - \hat{d}\bar{X},$$

com a ponderação pelos graus de liberdade associados à fórmula tem-se:

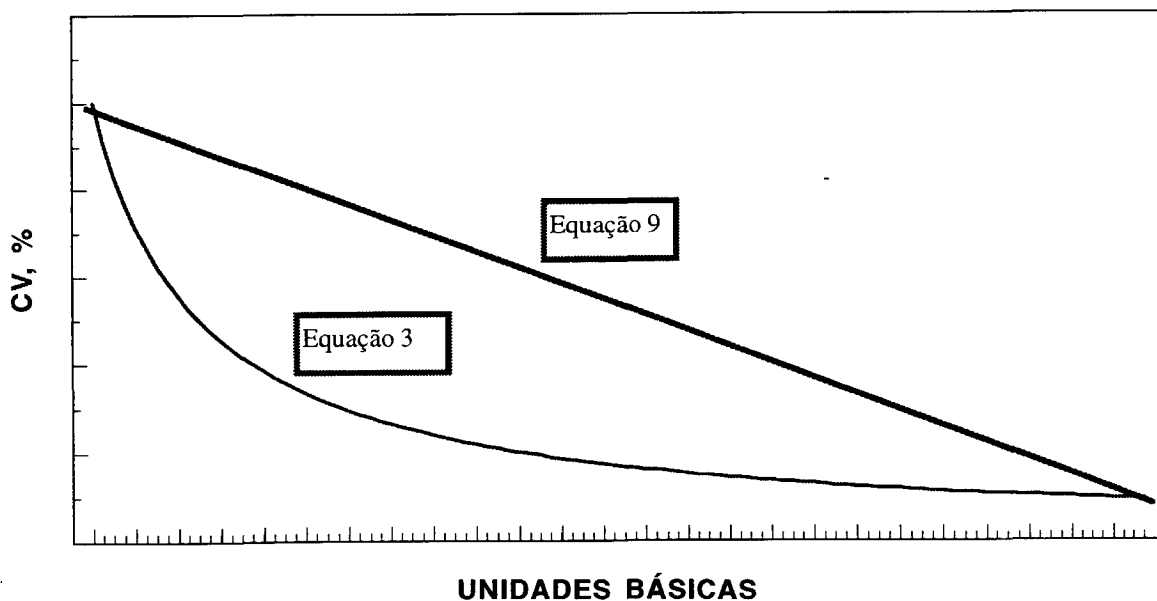


Figura 2. Curvas características das equações 3 e 9

$$\hat{d} = \frac{\Sigma W_i XY - \frac{(\Sigma W_i X)(\Sigma W_i Y)}{\Sigma W_i}}{\Sigma W_i X^2 - \frac{(\Sigma W_i X)^2}{\Sigma W_i}} \quad (11)$$

Para determinação da regressão linear consideram-se, neste trabalho, apenas 2 pontos, que são os pontos extremos da equação 2. A fórmula acima pode ser substituída por:

$$\hat{d} = \{ \{ [(w_1 \cdot CV_1) + (w_n \cdot X_n \cdot CV_n)] - [w_1 + (w_n + X_n)] \cdot [(w_1 \cdot CV_1) + (w_n \cdot CV_n)] \} / w_1 + w_n \} / \{ (w_1 + w_n \cdot X_n)^2 - [(w_1 + w_n \cdot X_n)^2 / w_1 + w_n] \} \quad (12)$$

$$\hat{c} = \{ [(w_1 \cdot CV_1 + w_n \cdot CV_n) / (w_1 + w_n)] - \hat{d} \cdot [(w_1 + w_n \cdot X_n) / (w_1 + w_n)] \} \quad (13)$$

onde:

$w_1$  = grau de liberdade associado à parcela de tamanho unitário;

$w_n$  = grau de liberdade associado à parcela de maior tamanho avaliado.

3) Estabelecida a equação 9, determina-se a equação resultante da diferença entre a (9) e a (2).

$$(9) y = c + dX$$

$$(2) CV_x = CV_1 \cdot X^{-b}$$

onde:

$$y = CV_x$$

logo:

$$y = CV_1 \cdot X^{-b}$$

da diferença entre as equações (9) e (2) resulta:

$$z = c + dX - CV_1 \cdot X^{-b} \quad (14)$$

4) Determina-se, então, a derivada primeira da equação (10) que resulta em:

$$z' = d + (b \cdot CV_1) \cdot X^{-(b-1)} \quad (15)$$

5) Após, determina-se X, considerando-se  $z' = 0$ , logo:

$$X = \left( \frac{-d}{(b \cdot CV_1)} \right)^{\left( \frac{1}{(-b-1)} \right)} \quad (16)$$

6) O valor de X encontrado no item 5 corresponde ao valor na abscissa do ponto de máxima curvatura, sendo esse valor (X) o utilizado como tamanho ótimo de parcela.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O método apresentado busca determinar o tamanho ótimo da parcela com base no ponto de máxima curvatura, por meio de cálculos algébricos. Assim sendo, elimina-se a grande deficiência do método da máxima curvatura, que é a determinação do ponto por inspeção visual, induzindo a erros, interpretações diferentes quando analisados por várias pessoas e ainda provocando diferentes interpretações do ponto caso a escala de traçado do gráfico seja modificada. Não soluciona, porém, os pontos restritos apontados por Federer (1955) a saber: (a) o de não se considerarem os custos envolvidos, (b) o fato de o tamanho adotado para a unidade básica do ensaio em branco influenciar no ponto de máxima curvatura.

O método apresentado, apesar de não solucionar os referidos pontos, exhibe grande vantagem, que é a sua fácil aplicação aos dados de ensaios em branco, facilitando, assim, a pesquisa.

#### Exemplo ilustrativo

Gomez & Gomez, citados por Bakke (1988), apresentam um ensaio em branco com arroz, com  $18 \times 36 = 648$  unidades básicas de  $1 \times 1 = 1 \text{ m}^2$  de área, do qual, aproveitando-se apenas as dez primeiras linhas e colunas, reduziu-se a  $10 \times 10 = 100$  unidades básicas de  $1 \text{ m}^2$ .

Bakke (1988) agrupa estas cem unidades básicas (ub) de quinze modos distintos a saber:

- 100 parcelas de tamanho  $1 \times 1$  e  $X = 1 \text{ ub}$
- 50 parcelas de tamanho  $1 \times 2$  e  $X = 2 \text{ ub}$

- c) 50 parcelas de tamanho 2 x 1 e X = 2 ub  
 d) 25 parcelas de tamanho 2 x 2 e X = 4 ub  
 e) 20 parcelas de tamanho 1 x 5 e X = 5 ub  
 f) 20 parcelas de tamanho 5 x 1 e X = 5 ub  
 g) 10 parcelas de tamanho 1 x 10 e X = 10 ub  
 h) 10 parcelas de tamanho 10 x 1 e X = 10 ub  
 i) 10 parcelas de tamanho 2 x 5 e X = 10 ub  
 j) 10 parcelas de tamanho 5 x 2 e X = 10 ub  
 k) 5 parcelas de tamanho 2 x 10 e X = 20 ub  
 l) 5 parcelas de tamanho 10 x 2 e X = 20 ub  
 m) 4 parcelas de tamanho 5 x 5 e X = 25 ub  
 n) 2 parcelas de tamanho 5 x 10 e X = 50 ub  
 o) 2 parcelas de tamanho 10 x 5 e X = 50 ub

$$\bar{x} = 0,4042$$

$$\hat{a} = 0,7974 - (-0,3161 \cdot 0,4042)$$

$$\hat{a} = 0,9252$$

então:

$$CV_1 = 8,4187$$

logo:

$$CV_x = \frac{8,4187}{X^{0,3161}} \quad (17)$$

2) Determinar os valores de CvX dos pontos extremos pelas equações (12) e (13):

$$n = 15 \quad w_1 = 99 \quad x_{15} = 50 \quad w_{15} = 1$$

então:

$$y_1 = CV_1 = 8,41$$

$$y_{15} = CV_{50} = 2,44$$

O autor calculou ainda os coeficientes de variação associados aos tamanhos de parcelas, conforme mostra no quadro 1; pode-se seguir a seqüência apresentada em Material e Métodos.

$$1) \Sigma w_i \cdot x_i y_i = 84,4334$$

$$\Sigma w_i \cdot x_i = 124,5112$$

$$\Sigma w_i \cdot y_i = 245,6094$$

$$\Sigma w_i \cdot x_i^2 = 97,3224$$

$$[\Sigma w_i \cdot x_i]^2 = 15503,0477$$

$$\Sigma w_i = 308$$

$$\hat{b}' = -b = - \frac{84,4334 - \frac{124,5112 \cdot 245,6094}{308}}{97,3224 - \frac{15503,0487}{308}}$$

$$\hat{b} = -b = - (-0,3161)$$

$$\hat{b}' = -b = 0,3161$$

$$\bar{y} = \frac{245,6094}{308}$$

$$\bar{x} = \frac{124,5112}{308}$$

$$\bar{y} = 0,7974$$

Quadro 1. Dimensões (L x C) e tamanho X de parcelas de um ensaio em branco com arroz, e respectivos coeficientes de variação e graus de liberdade

Dimensões	Número de unidades básicas (X)	CV <sub>L x C</sub>	w
		%	
1 x 1	1	8,1	99
1 x 2	2	7,3	49
2 x 1	2	6,5	49
2 x 2	4	6,0	24
1 x 5	5	6,2	19
5 x 1	5	3,9	19
1 x 10	10	5,4	9
10 x 1	10	2,0	9
2 x 5	10	5,6	9
5 x 2	10	3,6	9
2 x 10	20	5,4	4
10 x 2	20	1,6	4
5 x 5	25	3,4	3
5 x 10	50	2,8	1
10 x 5	50	2,0	1

Fonte: Bakke (1988).

logo:

$$\hat{d} = -0,1219$$

$$\hat{c} = 8,1772$$

sendo:

$$y = 8,1772 - 0,1219 \cdot X \quad (18)$$

3) A equação resultante da diferença será:

$$y = 8,1772 - 0,1219 \cdot X - 8,4187 \cdot X^{-0,3161} \quad (19)$$

4) Fazendo-se a sua derivada primeira:

$$y' = 0,1219 + 2,6617 \cdot X^{-1,3161}$$

5) O valor de X para  $y' = 0$  será:

$$X = \left[ \frac{-(-0,1219)}{2,6617} \right]^{(1/-1,3161)} \quad (20)$$

$$X = 10,4078$$

6) O valor 10,4078  $\cong$  10,5 ub, encontrado no item 5, corresponde, na abscissa, ao ponto de máxima curvatura; este é o valor determinado como estimativa do tamanho ótimo da parcela.

O coeficiente de variação que corresponde ao ponto de máxima curvatura então será:

$$CV_{10,5} = \frac{8,4187}{10,5^{0,3161}}$$

$$CV_{10,5} = 4,00\%$$

O valor 10,5 unidades básicas para esses dados foi o valor também encontrado por Bakke (1988), demonstrando a precisão do método, que determina o ponto onde há a máxima curvatura, ou seja, o ponto onde a diminuição do CV tem maior desaceleração. Contudo, é possível que o ponto de máxima curvatura venha a corresponder a um CV ainda alto, o que desaconselhará o uso do tamanho obtido por esse método, conforme a interpretação e o bom senso do pesquisador.

#### 4. CONCLUSÕES

1. O método apresentado oferece uma solução algébrica para o ponto de máxima curvatura.

2. O método apresentado não permite interpretações diferentes quando se muda a escala do gráfico, como acontece no método da máxima curvatura.

3. O método pode vir a apresentar um tamanho de parcela que corresponda a um CV alto. Nesse caso, o seu uso é desaconselhável.

#### AGRADECIMENTOS

Ao professor Nelson W. Werlang, pelas informações sobre cálculo algébrico.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALWOOD, W.B. & PRINCE, R.H. *Suggestions regarding size of plot*. Virginia, Agricultural Experiment Station, 1890. p.1-20 (Bulletin, 6)
- BAKKE, O.A. *Tamanho e forma ótimos de parcela em delineamentos experimentais*. Piracicaba, 1988. 142p. Tese (Mestrado) - ESALQ/USP, 1988.
- COCHRAN, E. & COX, G.M. *Experimental designs*. 2.ed. New York, John Wiley, 1957. 611p.
- FEDERER, W.T. *Experimental design*. New York, Mac Millan, 1955. 544p.
- HATHEWAY, W.H. Convenient plot size. *Agronomy Journal*, Madison, 53:279-280, 1961.
- HATHEWAY, W.H. & WILLIAMS, E.J. Efficient estimation of the relationship between plot size and the variability of crop yields. *Biometric*, Alexandria, 14(2):207-222, 1958.
- KOCH, E.J. & RIGNEY, H.J. A method of estimating optimum plot size from experimental data. *Agronomy Journal*, Madison, 43:17-21, 1951.
- OLIVEIRA, R.P. de. *Estudo comparativo de alguns métodos de estimação do tamanho adequado de parcelas experimentais*. Brasília, 1976. 100p. Tese (Mestrado) - Universidade de Brasília, 1976.
- SMITH, H.F. An empirical law describing heterogeneity in the yields of agricultural crops. *Journal of Agricultural Science*, Hilgardia, 28:1-23, 1938.